

(Matektábor 2014 – 9/10)

- {-----}
- 1.) Ki lehet-e tölteni úgy egy 3×4 -es táblázatot 1-12-ig egészekkel (minden szám 1X írandó!), hogy bármely két élben szomszédos mező összege prím legyen?
- {-----}
- 2.) Egy 8×8 -as sakktábla 64 mezője közül néhánynak valamelyik átlóját behúztuk. Legfeljebb hány átlót húztunk be, ha semelyik átlónak nincs közös pontja semelyik másik átlóval?
- {-----}
- 3.) a.) Hányféleképpen lehet egy 2×2 -es táblázat négy mezőjét két színnel úgy kiszínezni, hogy minden mezőben pontosan az egyik színt használjuk fel?
b.) Egy $n \times m$ -es táblázatot készítettünk, a mezőit két színnel (a fenti módon) kiszíneztük. Azt figyeltük meg, hogy az a.) pontnál kapott összes lehetőség előfordul az $n \times m$ -es táblám valamely összefüggő 2×2 -es részében.
Mekkora az $n \times m$ lehetséges legkisebb értéke?
c.) Ha az $n \times m$ -es táblázatom(=*négyzetrácsom*) nem a síkon veszem fel, hanem egy olyan felületen, ahol az egyes rácsnégyzeteknél a szomszédságot hasonlóan értelmezhetjük, mint a síkon akkor tudunk-e csökkenteni a b.) nél kapott $n \times m$ értéken?
- {-----}
- 4.) Egy $n \times n$ -es táblázat n^2 mezőjét kiszíneztem két színnel úgy, hogy a táblázatban sehol sincs egy olyan $k \times 1$ -es „altéglalap”, melynek mind a négy sarokmezője egyforma színű. Mekkora lehet n lehetséges legnagyobb értéke?
- {-----}
- 5.) Egy $n \times n$ -es táblázat n^2 mezőjét kiszíneztem két színnel (pirossal, és késsel) úgy, hogy a táblázatban sehol sincs három közvetlenül egymás melletti azonos színű mező sem vízszintesen / sem függőlegesen / sem átlósan.
a.) Igazold, hogy ekkor $n > 4$ esetén a táblázat valamennyi 3×3 -as összefüggő „altáblájának” pontosan 2 piros, és 2 kék sarokmezője van!
b.) Igazold, hogy $n = 4$ esetén ki lehet úgy színezni a táblázat 16 mezőjét, hogy a táblázat mind a 4 lehetséges 3×3 -as összefüggő „altáblájának” páratlan számú kék sarokmezője van!
- {-----}
- 6.) Egy $n \times n$ -es táblázat n^2 mezőjét kitöltöm -1 -gyesekkel, és $+1$ -gyesekkel. Hányféle olyan kitöltés van, ahol valamennyi sorban, és valamennyi oszlopban a számok szorzata $+1$? (Mint kiderült, lásd 12-es előadás!)
- {-----}
- 7.) Egy $n \times n$ -es táblázat n^2 mezőjében valós számok állnak. Egy lépésben bármely két mezőt kiválasztva az ottani számokat letörlöm, és helyette az átlagukat írom be. Mely n -ekre érhető el tetszőleges kezdőállapotból olyan táblázat, melynek minden mezőjén azonos szám áll?
- {-----}
- 8.) Egy 9×9 -es táblázatot szeretnék kitölteni úgy az 1-81 közötti egészekkel, hogy
a.) Minden szám pontosan egyszer forduljon elő,
b.) Valamennyi 3×3 -as összefüggő „altáblázatban” a számok összege ugyanannyi legyen!
Elvégezhető-e a kitöltés?