# Számkonstrukciók

## Bevezető

Az alábbi feladatokat az elmúlt évek Kalmár László Országos Matematikai Verseny feladatai közül válogattam. Tettem ezt azért, hogy táborunk megálmodójának, Urbán János tanár úrnak szellemi örökségével találkozhassanak az őt már személyesen nem ismerő 7-8. osztályos táborozók is. A Kalmár verseny feladatait és a hozzájuk kapcsolódó javítási útmutatókat 1977-től 2012-ig Urbán János állította össze.

Emellett szeretném a feladatsorral kifejezni tiszteletemet, köszönetemet azoknak az egykori berzsenyis diákoknak, jelenlegi kollégáknak és lelkes munkatársaiknak, akik áldozatos munkával összegyűjtötték és egységes feladatgyűjteménybe rendezték ezeket a kiváló feladatokat.

A teljes feladatgyűjtemény megoldásokkal együtt megtalálható a `http://www.cs.elte.hu/~jpet/kalmar/` weboldalon.

A feladatoknál a könnyebb azonosítás érdekében jelöltem az évet és az osztályt, valamint azt, hogy a megyei fordulón vagy az országos döntőn jelent-e meg, ill. hogy a döntő hányadik napján.

**2010. O2 7.o 4.)** Valaki leírt 503 egymást követő pozitív egész számot a tízes számrendszerben, így összesen 2011 számjegyet írt le. Melyik volt az első és melyik az utolsó leírt szám?

**2010. M 6.o 1.)** Melyik az a legkisebb pozitív egész szám, amelynek tízes számrendszerbeli alakjában a számjegyek összege 2011?

**2006. M 7.o 1.)** Mutasd meg, hogy a tízes számrendszerben felírt

$$1111112111111$$

szám összetett szám.

**2010. O2 6.o 3.)** Egy dobozban 500-nál kevesebb golyó van. Ha a golyókat négyesével, ötösével vagy hetesével csoportosítjuk, mindig 3 golyó marad ki. Ha kilencesével csoportosítjuk, nem marad ki egy sem. Hány golyó van a dobozban?

**2011. O2 7.o 1.)** 13 különböző pozitív egész szám összege 92. Melyek ezek a számok?

**2011. M 8.o 3.)** Adjunk meg 20 nullától különböző (egymástól nem feltétlenül különböző) egész számot úgy, hogy ezeket egy sorba írva bármely három szomszédos összege negatív, de az összes (20 db) szám összege pozitív legyen.

**2010. O1 6.o 3.)** Adjunk meg négy különböző pozitív egész számot úgy, hogy ha ezeket páronként összeadjuk, akkor a kapott számok hat egymást követő pozitív egész számot alkotnak.

**2011. M 8.o 5.)** Egy $5 \times 5$-ös táblázat mind a 25 mezőjébe $+1$-et, vagy -1-et írtunk. Minden sor jobb oldalára írtuk a sorban szereplő számok szorzatát, és minden oszlop alá az oszlopban szereplő számok szorzatát. Lehet-e az így kapott 10 szám összege 0?

**2010. M 7.o 1.)** Egy tízes számrendszerben felírt háromjegyű szám elé írunk egy számjegyet, így az eredeti szám 9-szeresét kapjuk. Melyik lehetett a kapott négyjegyű szám?

**2006. O1 8.o 5.)** A 2007 négyjegyű számhoz írjunk jobbról hozzá 3 számjegyet úgy, hogy a kapott hétjegyű, tízes számrendszerbeli szám osztható legyen 7-tel, 9-cel és 11-gyel is.

**2010. M 6.o 4.)** Az $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{12}$ számok közé tegyünk $+$ vagy $-$ jeleket úgy, hogy a kapott összeg 0 legyen.

**2008. O2 7.o 1.)** Az $1 : 2 : 3 : 4 : 5 : 6 : 7 : 8 : 9 : 10$ kifejezésben tegyünk ki zárójeleket úgy, hogy a kapott műveletek elvégzése után az eredmény 7 legyen.

**2009. O2 8.o 4.)** Igazoljuk, hogy bárhogyan is adunk meg 51 darab, 100-nál nem nagyobb pozitív egész számot, mindig ki lehet választani közülük kettőt úgy, hogy a kiválasztottak hányadosa 2- nek pozitív egész hatványa.

**2011. O1 7.o 1.)** Számítsuk ki a következő 13 tört összegét:

$$\frac{11}{13} + \frac{1111}{1313} + \frac{111111}{131313} + ... + \frac{11...11}{13...13}$$

**2010. O1 7.o 2.)** Igazoljuk, hogy a

$$\frac{7^{13} - 13^7 + 2010^{11}}{7^{13} + 13^7 + 2011^{10}}$$

tört egyszerűsíthető.