

## Valószínűségek

Generáljunk 1 és 3 közé eső véletlenszámot! Ez lesz az első téma sorszám.

### 1. Kockák és érmék

1. Anna és Bori játszanak. Anna egy kockával dob, és a dobott szám duplája az ő pontszáma, Borinak pedig két kockadobás összege a pontszáma. Kinek van nagyobb esélye több pontot szerezni?
2. Most Anna egy kockával dob, Bori pedig egy érmevel, és a FEJ egy, az ÍRÁS két pont. Igazságos ez?  
b) Javítás: Bori hat érmevel dob, és pontszáma a FEJ-ek darabszáma. Most igazságos a játék?
3. Anna felírhatja két kocka lapjaira az  $1, 2, \dots, 12$  számokat, de Bori választ először kockát. Mit tegyen Anna?
4. Van négy – nem szokványosan számozott – dobókockánk: A(0,4,0,4,4,4); B(3,3,3,3,3,3); C(2,2,6,6,2,2) D(5,5,5,1,1,1). Választhatunk egyet ezek közül, majd ezután ellenfelünk is választ egyet. Mi a jó döntés, ha az nyer, aki nagyobbat dob?
5. Anna és Bori három kockával játszanak. Anna felírhatja a kockák lapjaira az  $1, 2, \dots, 18$  számokat, mindegyiket pontosan egy kockalapra. Ezután Bori választ a három kocka közül egyet, és az lesz az ő kockája. Bori után Anna is választ magának egy kockát. Tud-e Anna úgy játszani, hogy 50%-nál jobb legyenek az esélyei, ha az a cél, hogy nagyobbat dobjon?

### 2. Urnák

1. Egy urnában 50 fehér és 40 fekete golyó van, egy másikban pedig 30 fehér és 25 fekete. Két dolgot tehetünk: vagy összeöntjük a golyókat, és utána húzunk egyet, vagy véletlenszerűen húzunk egy urnát, és abból egy golyót.  
Mikor nagyobb az esélye, hogy fehéret húzunk?
2. Van 3 fehér és 3 fekete golyónk, ezeket két urnába tehetjük. (Legalább egyet kell mindkét urnába tenni.) Ezután véletlenszerűen húzunk egy urnát, és abból egy golyót. Hogyan kell szétosztani a golyókat, hogy maximális legyen a fehér húzás esélye?
3. (LC 5,16) Van két urnánk. Az egyikben van egy fekete vagy egy fehér golyó, nem tudjuk milyen. A másikban egy fehér és két fekete golyó van. Beteszünk egy fehér golyót az elsőbe, majd csukott szemmel húzunk belőle és fehéret kapunk.  
Ezután két lehetőségünk van:
  - választunk csukott szemmel egy urnát, majd húzunk abból;
  - összeöntjük a megmaradt golyókat egy urnába, és abból húzunk.

Mikor nagyobb az esélye annak, hogy fehéret sikerül kihúznunk?

### 3. Részinformáció

1. Megkevertünk két piros és két fekete kártyát, majd találmra húztunk két lapot. Mi a valószínűsége, hogy azonos színűek?
2. Az egyik zsebemben egy olyan korong van, amelynek az egyik oldala piros, a másik oldala kék. A másik zsebemben egy olyan korong van, amelynek mindkét oldala piros.
  - Kiveszem a zsebemből a két korongot és leteszem őket az asztalra. Mennyi a valószínűsége, hogy mindkét látható oldal piros?
  - Kiveszek egy korongot a zsebemből, nem tudom melyiket, és leteszem az asztalra. A látható oldal piros. Mennyi a valószínűsége, hogy ha ezt a korongot megfordítom, a másik oldal kék?

3. Bergengóciában minden családban két gyerek van, a gyerekek 50%-a fiú, 50%-a lány. A gyerekek neme független egymástól: egy fiúnak ugyanolyan valószínűséggel van lány testvére, mint egy lánynak.
  - a) Becsöngetek egy lakásba, az egyik gyerek nyit ajtót, ő fiú. Mennyi a valószínűsége, hogy a testvére lány?
  - b) Tudom, hogy egy családban az idősebb gyerek fiú. Mennyi a valószínűsége, hogy a testvére lány?
4. A műsor végén a játékosnak mutatnak három csukott ajtót, amelyek közül kettő mögött egy-egy kecske van, a harmadik mögött viszont egy vadonatúj autó. A játékos nyereménye az, ami az általa kiválasztott ajtó mögött van. Azonban a választás meg van egy kicsit bonyolítva. Először a játékos csak rámutat az egyik ajtóra, de mielőtt valóban kinyitná, a műsorvezető a másik két ajtó közül kinyit egyet, amelyik mögött nem az autó van (a játékvezető tudja, melyik ajtó mögött mi van), majd megkérdezi a játékos, hogy akar-e módosítani a választásán. A játékos ezután vagy változtat, vagy nem, végül kinyílik az így kiválasztott ajtó, mögötte a nyereménnyel. A paradoxon nagy kérdése az, hogy érdemes-e változtatni, illetve hogy számít-e ez egyáltalán.

## +1 Tesztek

1. Egy új, halálos vírus terjed, ami a megfertőzött emberek felét megöli (a másik fele meggyógyul). Gyorsan kifejlesztettek két gyógyszert, de még csak kevés emberen tudták tesztelni. Az első gyógyszert 3 betegnek adták be, és mindhárom meggyógyult. A másodikat nyolc beteg embernek adták be, ebből hét meggyógyult. Te melyiket választanád, ha megbetegednél?
2. Egy hosszú szöveget ketten lektoráltak. Anna 200 hibát talált, Bori pedig 220-at, amelyek közül 175-öt Anna is felfedezett. Hány hiba van a szövegben?
3. Egy ládában sok fehér teniszlabda van. Kiveszünk 60-at, és pirosra festjük őket, majd visszakeverjük a többi fehér közé őket. Ezután kihúzzunk száz labdát, és azt tapasztaljuk, hogy közöttük ötven piros van. Hány labda van összesen a ládában?
4. Tegyük fel, hogy egy teszt 98%-os biztonsággal mutatja ki a rákos megbetegedést, tehát a rákos betegek 98%-nál pozitív eredményt ad, azoknál pedig, akiknek nincs ilyen betegségük, a teszt az esetek 98%-ban negatív. (Mj: a két értéknek nem kell megegyeznie.) Tegyük még fel, hogy a lakosság 0,5 százaléka szenved valamilyen daganatos betegségben. Ha ön részt vett egy ilyen szűrésen, és a háziorvosa komoran közli, hogy az eredmény pozitív, akkor mennyi oka van a kétségbeesésre?

A táborban elhangzott: 2/1., 2/2., 3/1., +1/1.