

(Matektábor 2013 - Lánccok 2. alkalom) → Feladatok

1.) Igazold a következőket!

I.) Az egyszínű-verziónál: egy szabályos  $2k$ -szög tetszőleges  $A$  bázisfelbontásából tetszőleges  $B$  bázisfelbontása megkapható legfeljebb  $\binom{k}{3}$  darab kockaforgatással!

II.) A kétszínű-verziónál: egy szabályos  $2k$ -szög tetszőleges  $A$  (kezdő) bázisfelbontásából indulva, ha kockaforgatásokkal újra visszaérünk az  $A$  (végső) bázisfelbontásba, akkor a kezdőállapotban bármely rombusz ugyanolyan színű, mint a végállapotban vele azonos pozíciójú rombusz. (→ Mi ezen tétel következménye?)

(Az 1., és a 2. ábra a  $k=4$ , és  $k=5$  esetek összes bázisfelbontását, és a bázisfelbontások szomszédsági gráfját ábrázolja)

{-----**...és most valami egészen más...**-----}

2.) Van  $n$ -darab focicsapat, melyek között

-egyértelmű erőssorrend van (ha  $A$  megveri  $B$ -t, akkor  $A$  mindig megveri  $B$ -t, jele:  $A > B$ )

-az erőssorrend tranzitív (, vagyis **ha  $A > B$ , és  $B > C \rightarrow A > C$** )

-és ez a sorrend az idő múlásával nem változik

+ egy csapat egy nap alatt legfeljebb egy meccset játszhat.

a.) Adj eljárást, amely a lehető legkevesebb mérkőzéssel eldönti, hogy ki a legerősebb.

b.) Adj eljárást, amely a lehető legkevesebb nap alatt eldönti, hogy ki a legerősebb.

a'.) Adj eljárást, amely a lehető legkevesebb mérkőzéssel eldönti, hogy ki a két legerősebb.

b'.) Adj eljárást, amely a lehető legkevesebb nap alatt eldönti, hogy ki a két legerősebb.

{-----}

3.) Van  $n$ -darab focicsapatunk (,mint fent). Adj meg egy előre definiált menetrendet, mely eldönti a csapatok erőssorrendjét.

(Menetrend → pl  $A, B, C$  (három csapat) esetén 1.meccs:  $A-B$

2.meccs: 1.meccs vesztese –  $C$  3.meccs: 1.meccs győztese – 2.meccs győztese)

a.) Ha  $n=4$ .

b.) Ha  $n=5$ .

c.) Ha  $n=8$ . Mikor „jó” egy ilyen menetrend?

{-----}

4.) Szervezzünk Svájci-rendszerű menetrendet  $n$  ( $=3, 4, 5$ ) csapat esetén!

Svájci-rendszer esetén van egy előzetesen megbecsült erőssorrend. Egy csapat csak a szomszédos csapatokkal játszhat, és ha az előzetesen erősebbnek gondolt csapat veszít, a két csapat „helyet cserél”.

Hány meccs/játéknapp lesz legalább? Hányféle módon lehet megszervezni a menetrendet?

{-----}

5.) Van  $n$ -darab focicsapat a Mennyei Bajnokságban. Az **Izmosak** a legerősebbek, utánuk az **Ügyesek**, majd a **Vagányok**,..., és sajnos a leggyengébbek a **Matekosok**.

Minden csapat ereje egy egész szám. Ha két csapat mérkőzik, akkor a nagyobb erejű csapat nyer, a győzelem után a győztes csapat ereje 1-gyel nő, a vesztesé 1-gyel csökken.

(Mivel az erő így változik előfordulhatna döntetlen is, ilyen esetben az a csapat nyer, akinek a bajnokság elején nagyobb volt az ereje.) Az 1. (leggyengébb) csapat ereje  $\rightarrow 1, \dots$ ,

a  $j$ .csapat ereje  $\rightarrow j, \dots$ , az  $n$ -dik csapaté  $\rightarrow n$  a bajnokság kezdetén.

A bajnokság (**mindenki mindenkivel pontosan egy meccset játszik!**) játéknappjainak, és mérkőzéseinek a megszervezését a legokosabb Matekosokra bízva a többi csapat, azzal a feltétellel, hogy egy csapat egy napon legfeljebb egy meccset játszhat, de nem feltétlenül kell minden csapatnak játszania egy adott játéknapon.

El tudják-e érni a Matekosok a dobogót? Meg tudják-e nyerni a bajnokságot? Legalább hány játéknapp kell ahhoz, hogy a Matekosok számára legkedvezőbb legyen a végeredmény?