(Matektábor 2013 - Láncok 2.alkalom) → Feladatok

1.) Igazold a következőket!
I.) Az egyszínű-verziónál: egy szabályos 2k-szög tetszőleges A bázisfelbontásából tetszőleges B bázisfelbontása megkapható legfeljebb $\binom{k}{3}$ darab kockaforgatással!

II.) A kétszínű-verziónál: egy szabályos 2k-szög tetszőleges A (kezdő) bázisfelbontásából indulva, ha kockaforgatásokkal újra visszaérünk az A (végső) bázisfelbontásba, akkor a kezdőállapotban bármely rombusz ugyanolyan színű, mint a végállapotban vele azonos pozíciójú rombusz. (→ Mi ezen tétel következménye?)
(Az 1., és a 2. ábra a k=4, és k=5 esetek összes bázisfelbontását, és a bázisfelbontások szomszédsági gráfját ábrázolja)

{-----------------------------...és most valami egészen más...-----------------------------------}

2.) Van n-darab focicsapat, melyek között
-egyértelmű erősorrend van (ha A megveri B-t, akkor A mindig megveri B-t, jele: **A>B**)
-az erősorrend tranzitív (, vagyis **ha A>B, és B>C → A>C**)
-és ez a sorrend az idő múlásával nem változik
+ egy csapat egy nap alatt legfeljebb egy meccset játszhat.

a.) Adj eljárást, amely a lehető legkevesebb mérkőzéssel eldönti, hogy ki a legerősebb.
b.) Adj eljárást, amely a lehető legkevesebb nap alatt eldönti, hogy ki a legerősebb.
a'.) Adj eljárást, amely a lehető legkevesebb mérkőzéssel eldönti, hogy ki a két legerősebb.
b'.) Adj eljárást, amely a lehető legkevesebb nap alatt eldönti, hogy ki a két legerősebb.

{---}

3.) Van n-darab focicsapatunk (,mint fent). Adj meg egy előre definiált menetrendet, mely eldönti a csapatok erősorrendjét.
(Menetrend → pl A,B,C (három csapat) esetén 1.meccs: A-B
2.meccs: 1.meccs vesztese – C 3.meccs: 1.meccs győztese – 2.meccs győztese)

a.) Ha n=4. b.) Ha n=5. c.) Ha n=8. Mikor *„jó”* egy ilyen menetrend?

{---}

4.) Szervezzünk Svájci-rendszerű menetrendet n (=3,4,5) csapat esetén!
Svájci-rendszer esetén van egy előzetesen megbecsült erősorrend. Egy csapat csak a szomszédos csapatokkal játszhat, és ha az előzetesen erősebbnek gondolt csapat veszít, a két csapat „helyet cserél”.
Hány meccs/játéknap lesz legalább? Hányféle módon lehet megszervezni a menetrendet?

{---}

5.) Van n-darab focicsapat a Mennyei Bajnokságban. Az **Izmosak** a legerősebbek, utánuk az **Ügyesek**, majd a **Vagányok**,..., és sajnos a leggyengébbek a **Matekosok.**
Minden csapat ereje egy egész szám. Ha két csapat mérkőzik, akkor a nagyobb erejű csapat nyer, a győzelem után a győztes csapat ereje 1-gyel nő, a vesztesé 1-gyel csökken.
(Mivel az erő így változik előfordulhatna döntetlen is, ilyen esetben az a csapat nyer, akinek a bajnokság elején nagyobb volt az ereje.) Az 1. (leggyengébb) csapat ereje → 1, …, a j.csapat ereje → j,..., az n-dik csapaté → n a bajnokság kezdetén.
A bajnokság (**mindenki mindenkivel pontosan egy meccset játszik!**) játéknapjainak, és mérkőzéseinek a megszervezését a legokosabb Matekosokra bízza a többi csapat, azzal a feltétellel, hogy egy csapat egy napon legfeljebb egy meccset játszhat, de nem feltétlenül kell minden csapatnak játszania egy adott játéknapon.

El tudják-e érni a Matekosok a dobogót? Meg tudják-e nyerni a bajnokságot? Legalább hány játéknap kell ahhoz, hogy a Matekosok számára legkedvezőbb legyen a végeredmény?