

STABIL HÁZASSÁGOK

Mahler Attila
BDG Matektábor
Tata, 2011. október 6.



STABIL HÁZASSÁG

- **Házasság:** pontosan 1 férfi és pontosan 1 nő között lehet. 😊
- **Stabil:** ne legyen olyan pár (*blokkoló pár*), akik jobban szeretik egymást, mint a házastársukat .
- **Preferencia sorrend**

FELADAT

- Mindenki állítsa össze a saját preferencia sorrendjét
 - Mindenki szerepeljen rajta a másik nemből
- Hozzatok létre stabil házasságrendszert!

ELLENŐRZÉS

- Milyen algoritmus szerint „házasodtatok”?
- Sikerült?
- Mindig létezik?
- Ha létezik egyértelmű?

JÓ-E AZ ALGORITMUS ÖTLET?

- A fiúk körbekérdezik a lányokat, hogy hányadik helyen vannak a preferencia sorrendjükben, majd mindenkinél hozzáadják azt a számot, hogy az adott lány hányadik helyen áll náluk. Ez lesz a „*pár összege*”. Ezt követően kiválasztják ezek közül a legkisebbet, és azzal a lánnyal összeházasodnak.

JAVÍTÁS

- Minimum nem feltétlen egyértelmű.
⇒ Választunk egyet közülük.
- Több fiú kéri meg ugyanannak a lánynak a kezét.
(„Összeg” = $1+3 = 2+2$.)
⇒ Lehetőség: ilyenkor a lány a legszimpatikusabbat választja.

JÓ-E AZ ALGORITMUS ÖTLET?

- Minden fiú megkéri a preferencia sorrendjében első helyen álló lány kezét. A lány azt válaszolja, hogy „*talán*”. Majd, ha új ajánlatot kap a lány, akkor a szimpatikusabbnak mondja, hogy *talán*, a másiknak nemet mond. Ekkor a visszautasított fiú megy és megkéri a sorrendjében következő lány kezét. Amikor már nincs visszautasított fiú, akkor a „*talán*”-ból „igen” lesz.

BIZONYÍTÁS

- Véget ér az algoritmus és mindenkinek lesz házastársa
 - Ha egy fiú megkéri egy lány kezét, akkor annak a lánynak mindig lesz vőlegénye.
 - Ha egy fiúnak nincs menyasszonya, akkor van olyan lány is, akinek nincs vőlegénye. Akkor viszont még nem kérték meg a kezét, tehát a fiú sorrendjében még hátra van. A lány nem utasítja el.
 - Azaz minden fiúnak lesz felesége, így véget ér az algoritmus.

BIZONYÍTÁS

- Stabil házasságrendszer kapunk.
 - Tegyük fel, hogy nem stabil \Rightarrow létezik X fiú és Y lány, akik miatt nem stabil
 - X jobban kedveli Y -t, mint a feleségét, akkor korábban megkérte a kezét. Ha Y dobta, akkor jobbat talált. Tehát nem létezik ilyen X - Y pár.

ÉSZREVÉTELEK

- Fiúknál romlik, lányoknál javul a pár „minősége”
- **Fiú-optimális megoldás:** nincs olyan fiú, aki bármelyik másik stabil párosításban jobban járna.
- Fiúknak a lehető legjobb, ugyanakkor a lányoknak a lehető legrosszabb!

ÉSZREVÉTELEK

- Általános esetben is mindig létezik stabil házasságrendszer.
- Ha ugyanannyi fiú és lány van, és mindenki mindenkit felvesz a preferencia sorrendjébe, akkor mindenkinek lesz házastársa.

MIÉRT NEM MŰKÖDIK A VALÓSÁGBAN?

- Nincs preferencia sorrend
 - Nem ismerjük egyszerre az összes „jelöltet”, folyamatosan új embereket ismerünk meg
 - Ha lenne is, időről-időre változna a sorrend
 - Lehet „döntetlen”

MIÉRT NEM MŰKÖDIK A VALÓSÁGBAN?

- Házasság nem (mindenhol) bijektív kapcsolat férfi és nő között
 - Nem bijektív: poligámia (pl.: Arab országok)
 - Nem férfi és nő között: homoszexuálisok (pl.: Hollandia)

POLIGÁMIA = EGYETEMI FELVÉTELI

- Át tudjuk ültetni ezt a felvételire?
- Diák optimális vagy iskola optimális legyen?

GALE-SHAPLEY ALGORITMUS

- Ugyanígy működik
- 1962-ben publikálták az egyetemi felvételi ponthatárok meghatározására.
 - Stabil
 - Diák optimális

GALE-SHAPLEY ALGORITMUS

- További két fontos tulajdonsága:
 - **Gyors futásidő:**
A körök száma nem lehet több a jelentkezők számánál.
 - **Stratégiaiilag biztos:**
Nem manipulálható.

MAGYAR FELVÉTELIK

- Középiskolai
 - Pontosan így működik
- Egyetemi
 - Holtversenyek
 - Minimális keretszámok
 - Közös korlátok

MINIMÁLIS KERETSZÁM – PL.

- Szaxofon: pontosan 1 fő
- Gitár: pontosan 2 fő
- Ádám mindkettőben ügyesebb
- Ádám sorrendje:
 - 1.: Gitár, 2.: Szaxofon
- Béla sorrendje:
 - 1.: Szaxofon, 2.: Gitár

EGYETEMI FELVÉTELI

- Nincs gyors algoritmus
- *Heurisztikák* szerepelnek benne
- Minimális keretszámoknál alkalmazott heurisztika
 - Legkisebb arányút bezárják

KÖSZÖNÖM A FIGYELMET!

E-mail:

mahler.attila@berzsenyi.hu