Nemecskó István: Dobókockával kapcsolatos feladatok

Dobókocka építmények

1. Hányféle szabályos dobókocka létezik (a szemközti lapokon a pöttyök összege 7)?

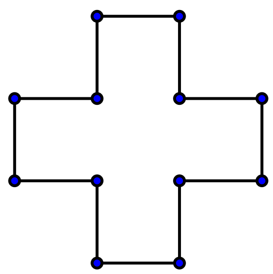
   A gyerekeknek meglepő a válasz, mindössze két különböző szabályos dobókockát lehet készíteni. Ahol ez fontos ott figyelni kell a kocka fajtájára!

2. Öt dobókockát összeragasztottunk úgy, hogy az érintkező lapokon ugyanannyi pötty legyen. Határozzuk meg az összeragasztott alakzatokon a látható pöttyök számát. Hogyan kell összeilleszteni a kockákat, hogy a lehető legnagyobb értéket kapjuk?

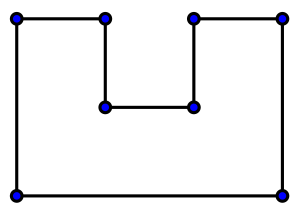
   (a) 1x4-es oszlopot,

   (b) 1x5-ös oszlopot,

   (c) felül nézetből kereszt alakot,

   (d) illetve felül nézetben U alakot kapunk?

   Segítő kérdés: fel kell-e emelni az oszlopot, ahhoz, hogy megtudjuk hány pötty van az oszlop alján? A gyerekek hamar észreveszik, hogy ha páratlan sok kockát ragasztunk össze, akkor a szemközti lapok összege mindig 7. Ha páros sok kocka van összeragasztva, akkor a szemközti lapokon ugyanannyi pötty van. Használjuk ki a számolásnál, hogy ha páratlan kocka választ el két lapot, akkor ezen a két lapon együtt 7 a pöttyök összege.

Megoldások:

a.) esetben a lehetséges öszegek: 8x7+2xA alakúak, ahol $1 \leq A \leq 6$

58, 60, 62, 64, 66, 68

b.) esetben 11x7=77

c.) esetben 11x7=77

d.) esetben 9x7+2xA+2xB, ahol A,B=1,...6. Tehát 67, 69, 71, 73, 75, 77, 79, 81, 83, 85, 87.

Néhány felmerült kérdés:

3. Térbeli kereszt esetén mennyi a pöttyök összege?

   Mo: 15x7=105

4. Van-e még olyan 5 kockából álló alakzat, amelynél a pöttyök összege 11x7?

   Mo.: Igen pl. az L és a T alak is!

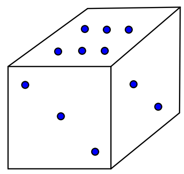
5. Vizsgáljuk meg lezárásként a páratlan hosszú, illetve páros hosszú oszlop esetén a pöttyök összegét!

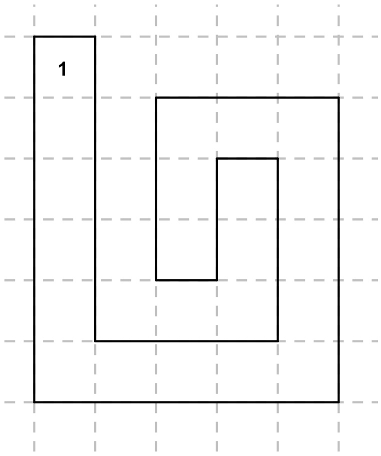
   Mo.: ha 2n+1 kockából áll, akkor a pöttyök összege $(2n+1) \cdot 2 \cdot 7 + 7 = (4n+3) \cdot 7$ Ha egyre nagyobb oszlopot építünk, akkor az indukció gondolata is elővezethető.

   ha 2n kockát ragasztunk össze, akkor $2n \cdot 2 \cdot 7 + 2A$, ahol $1 \leq A \leq 6$

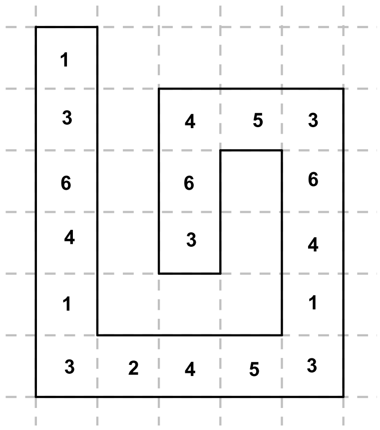
Dobókocka görgetés

1. Görgessük a kockát végig az adott pályán. A kocka "nyoma" a papíron, az a szám, amelyiken a kocka áll az adott mezőn. Határozzuk meg az adott pályán lévő nyomon a számok összegét. Figyeljünk a kocka kiinduló állására!





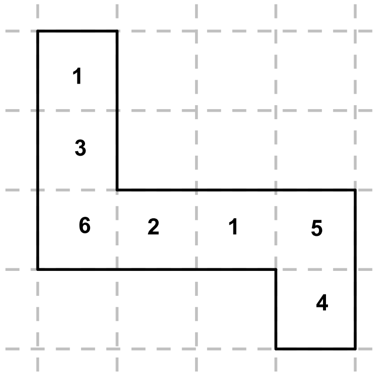
Mo.:



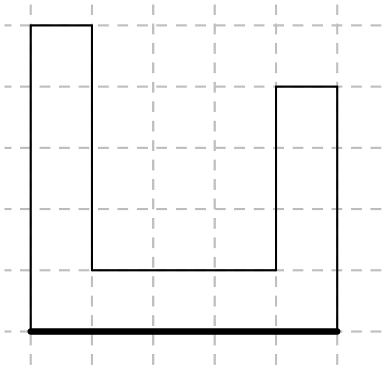
Tehát az összeg: 64

2. Rajzoljunk olyan nyomot, hogy a kapott számok összege 22 legyen! A kockát a megadott állásból indítsuk!

   Mo.: Egy lehetséges megoldás.



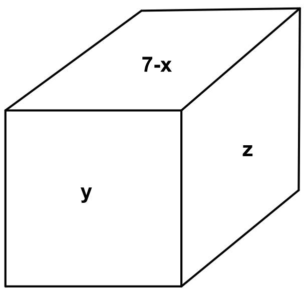
3. Tetszőleges állásból indítva járjuk végig a következő pályát! Milyen összegeket kaphatunk?

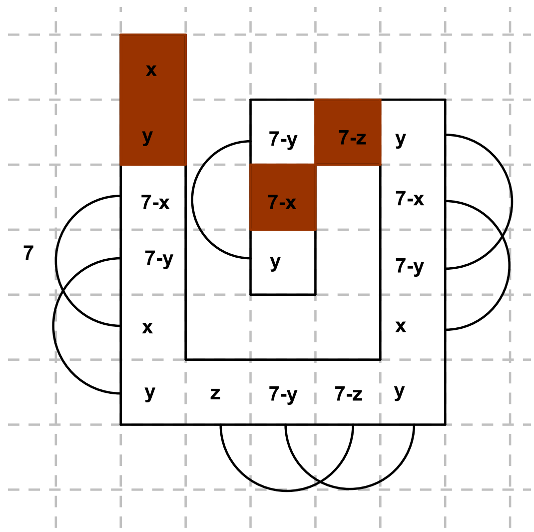


Mo.: Tapasztaltuk, hogy minden másodszomszédos mezőn szereplő számok összege 7 (ha nem kanyarodtunk). Az adott pályán 6db ilyen párt lehet kialakítani, így az összeg indulástól függetlenül 42.

4. Milyen állásból indítsuk a kockát, hogy az első pályán az összeg minimális, illetve maximális legyen?

   Mo.:



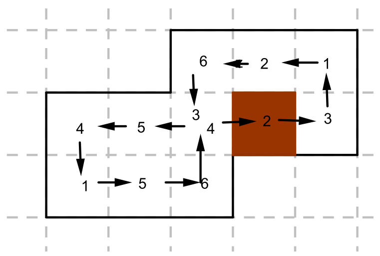


Az összeg: $7 \cdot 7 + x + y + (7-x) + (7-z) = 63 + y - z$

Mivel $-4 \leq y - z \leq 4$ (y-z 5 nem lehet, mert az csak a 6-1 párból lehet, de azok szemköztiek), tehát a maximum 67, a minimum 59.

5. Az asztalon áll egy dobókocka, amit elgörgetünk úgy, hogy egy lépésben az éppen az asztallapra fekvő oldalának egyik éle körül 90°-kal elforgatjuk. El lehet-e érni, hogy minden él körül pontosan egyszer forgatva a kocka úgy gördüljön, hogy legvégül éppen az eredeti helyére kerüljön vissza.

   Mo.:



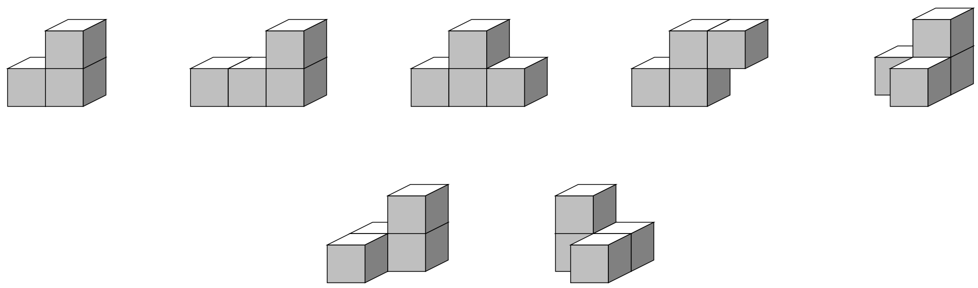
Nemecskó István: Szóma kocka

1. Hány különböző testet lehet összerakni 3 illetve 4 kockából, ha a szomszédos kockáknak teljes lappal kell érintkezniük?

   Mo.: 3 kockából: 2 db

   4 kockából: 8 db

   Ha elhagyjuk a téglatesteket, akkor a 7 alakzat összesen 27 db kockát tartalmaz. Piet Hein dán költő, építész és játéktervező fedezte fel és rakta ki az elemekből a 3x3x3-as kockát.

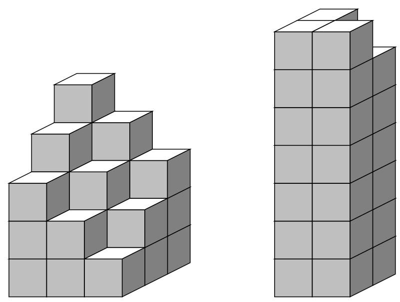


2. Rakjuk ki a kockát!

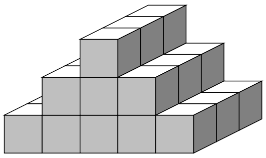
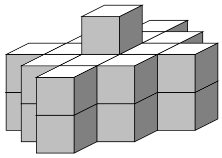
   Mo.: több mint 400 féleképpen lehet kirakni.

   Az elemeket megvizsgálva kettő kivételével mindegyik rendelkezik szimmetria síkkal. A maradék kettő egymás szimmetria párja.

3. Rakjuk ki a következő alakzatokat:



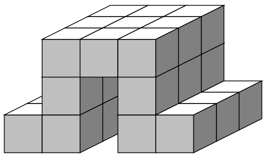
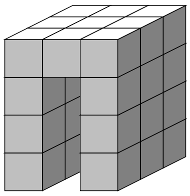
4. Rakjuk ki a következő alakzatokat: dobogó és emlékmű.

Mo.: Az emlékművet nem lehet kirakni. Színezzük ki az emlékmű oszlopait "sakktábla" szerűen. (Az egy oszlopban szereplő kockák azonos színűek de a szomszédos oszlopok különbözőek.) A színezés után 19 sötét és 8 világos kockát kapunk.

Színezzük ki úgy a szóma kocka elemeit, hogy a lehető legtöbb sötét elemet tartalmazzon. Ez így is csak 18. Tehát nem lehetséges ezt az alakzatot kirakni.

5. Rakjuk ki a következő alakzatot: kapu és alagút.

Mo.: Az alagutat nem lehet kirakni. 3 db "térbeli" elem van, mely a tetőt alkothatja. Egyik ilyen elem sem tartozhat mindkét oldalhoz. Az egyik oldalra két térbeli elem lóg le. Ez 6 kockát ad ki és a maradék 6 kocka nem rakható ki a síkbeli elemekből.

A foglalkozás végén mindenféle alakzat kirakására volt lehetőség.

Felhasznált irodalom: Gál Péter: Ördöglakatok, pentominók és társaik