

Miklós Dezső: Kombinatorikai kérdések az n -dimenziós kockán

1. Adott egy n -elemű halmaz. Legfeljebb hány részhalmazát lehet kiválasztani, hogy bármely két kiválasztott részhalmaznak legyen közös eleme?
- 2* Adott egy n -elemű halmaz összes k -elemű részhalmaza. Legfeljebb hány választható ki közülük, hogy bármely két kiválasztott részhalmaznak legyen közös eleme?
3. Az n -dimenziós kocka maximum hány csúcsa választható ki úgy, hogy az általuk kifeszített altér ne tartalmazza az $(1, 1, \dots, 1, 1)$ csúcsot? (a kocka az origóra ültetett 1 élhosszúságú kocka, tehát a csúcsai az n hosszúságú 0-1 vektorok)
- 3v. Ha adott n db szám melyek összege nem nulla, maximum hány részösszeg (tehát bármely néhány szám összege) lehet 0?
4. Az n dimenziós kocka maximum hány csúcsa választható ki úgy, hogy az általuk kifeszített altér ne tartalmazza az $(1, 0, \dots, 0, 0)$ csúcsot?
- 4v. Ha adott n db szám melyek közül az első nem nulla, maximum hány részösszeg (tehát bármely néhány szám összege) lehet 0?
- 5.* Az n dimenziós kocka maximum hány csúcsa választható ki úgy, hogy az általuk kifeszített altér ne tartalmazzon egyetlen 1 súlyú csúcsot sem (azaz a $(0, 0, \dots, 1, \dots, 0, 0)$ típusú csúcsokat)?
- 5v. Ha adott n db szám melyek közül az egyik sem nulla, maximum hány részösszeg (tehát bármely néhány szám összege) lehet 0?
6. Az n dimenziós kocka maximum hány csúcsa választható ki úgy, hogy a kételemű test felett az általuk kifeszített altér ne tartalmazzon egyetlen 1 súlyú csúcsot sem (azaz a $(0, 0, \dots, 1, \dots, 0, 0)$ típusú csúcsokat)?
- 7.* Az n dimenziós kocka maximum hány k súlyú csúcsa (azaz olyan csúcsa, amelyik pontosan k db 1 koordinátát tartalmaz) választható ki úgy, hogy az általuk kifeszített altér ne tartalmazza az $(1, 0, \dots, 0, 0)$ csúcsot?
- 7v. Ha adott n db szám melyek közül az első nem nulla, maximum hány k elemű részösszeg lehet 0?
8. Az n dimenziós kocka maximum hány k súlyú csúcsa (azaz olyan csúcsa, amelyik pontosan k db 1 koordinátát tartalmaz) választható ki úgy, hogy az általuk kifeszített altér ne tartalmazza az $(1, 1, \dots, 1, 1)$ csúcsot?
- 8v. Ha adott n db szám melyek összege nem nulla, maximum hány k elemű részösszeg lehet 0?
- 9.** Az n dimenziós kocka maximum hány k súlyú csúcsa (azaz olyan csúcsa, amelyik pontosan k db 1 koordinátát tartalmaz) választható ki úgy, hogy az általuk kifeszített kúp ne tartalmazza az $(1, 1, \dots, 1, 1)$ csúcsot?
- 9v. Ha adott n szám (egyik sem nulla, az egyszerűség kedvéért) melyek összege pozitív, legalább hány k elemű részösszegük lesz pozitív?