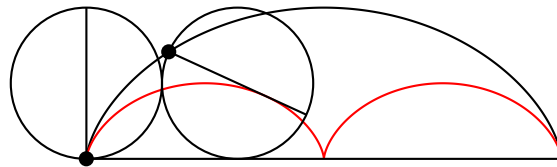


## Salát Máté emlékére

1. Egy szabályos érmét addig dobálunk, amíg legalább egyszer kapunk fejet is és írást is. Mennyi a dobások számának a várható értéke?
2. Egy ellipszis alakú asztallap „hossza” 160 cm, „szélessége” 1 m. Le lehet-e takarni az asztallapot teljes egészében egy téglalap alakú, 140 cm×130 cm-es terítővel?
3. Tegyük fel, hogy  $x$  és  $y$  racionális számok, amelyekre  $x^5 + y^5 = 2x^2y^2$ . Bizonyítsuk be, hogy  $1 - xy$  egy racionális szám négyzete.
4. Mi azon pontok mértani helye a síkban, amelyekből egy adott parabolához egymással  $30^\circ$ -os szöget bezáró érintők húzhatók?
5. Bontsunk fel egy kört egybevágó síkidomokra úgy, hogy legalább az egyik darab ne tartalmazza a kör középpontját, még határán sem.
6. Egy cikloisba (csúszásmentesen gördülő kör egy pontjának a pályája) „beletehettünk” egy feleakkora cikloist. Bizonyítsuk be, hogy az eredeti cikloist leíró kör átmérője végig érinti a beírt cikloist.



7. Egy repülő tetszőleges irányú 100 km/h-s szélben indul és tudjuk hogy szélcsendben óránként 1000 km/h-s sebességre képes. A repülőnek 5 órányi üzemanyaga van. Legfeljebb milyen messzire juthat a kiindulási ponttól, ha azt szeretnénk, hogy vissza is tudjon repülni?