

Helly-tételhez kapcsolódó feladatok

1. Hogy szól az egy dimenziós Helly-tétel? Bizonyítsuk be!
2. Adott a síkon véges sok tengelypárhuzamos téglalap úgy, hogy bármely kettőnek van közös belső pontja. Bizonyítsuk be, hogy mindnek van.
3. Egy kör kerületén adott véges sok körív úgy, hogy bármely 3-nak van közös belső pontja. Bizonyítsuk be, hogy ekkor mindnek van.
4. Mutassuk meg, hogy a síkbeli Helly-tételnél szükség van a „konvex” és a „véges sok” feltételre is.
5. Bizonyítsuk be, hogyha 4 félsík lefedi a síkot, akkor kiválasztható közülük 3, hogy már azok is lefedjék a síkot.
6. Meg lehet-e adni a síkban 2007 konvex halmazt úgy, hogy közülük bármely kettőnek legyen közös metszete, de bármely háromnak üres legyen a metszete.
- 7*. Bizonyítsuk be, hogy bármely végtelen halmaznak van végtelen sok végtelen részhalmaza úgy, hogy bármely kettő metszete végtelen míg bármely három metszete üres halmaz legyen.
8. Adott a síkon véges sok pont úgy, hogy közülük bármely 3 lefedhető egy 1-sugarú körrel. Bizonyítsuk be, hogy ekkor az összes pont lefedhető egy 1-sugarú körrel.
- 9*. Egy véges számú pontból álló ponthalmaz átmérőjén a pontok között fellépő legnagyobb távolságot értjük. Bizonyítsuk be, hogy egy d átmérőjű véges ponthalmaz lefedhető egy $\frac{d}{\sqrt{3}}$ sugarú körrel. (Jung-tétel)